

## Степеновање

Упрости изразе:

$$1) \frac{2a^2}{5b^{-2}} : \frac{10a^{-3}}{6b^{-1}} \cdot \frac{25}{6a^5b}$$

$$2) \frac{3a^{-3}}{2b^{-2}} \cdot \frac{9a^{-2}}{4b} : \frac{b^3}{3a}$$

$$3) \frac{2a^2}{5b^{-2}} \cdot \frac{10a^{-3}b^{-1}}{6} : \frac{a}{2b}$$

$$4) \left(\frac{3x^{-3}}{5xy^{-2}}\right)^{-1} : \left(\frac{10x^2y^{-1}}{9x^{-4}}\right)^2 \cdot \frac{4y^6}{15}$$

$$5) \left(\frac{a^{-2}}{x^3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{a^2b^{-2}}{x^{-1}}\right)^{-3}$$

$$6) \left(\frac{2x^{-2}}{3y^{-1}}\right)^{-2} : \left(\frac{4x^{-1}}{3y^{-2}}\right)^{-3} \cdot \frac{x^{-3}y}{6}$$

$$7) \left(\frac{5x^{-5}}{2y^{-2}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{y^{-1}}{5x^{-1}}\right)^{-3} : 10x^2y^{-3}$$

$$8) \left(\frac{3a^2}{4b^{-3}}\right)^{-3} : \left(\frac{9a^{-2}b}{4}\right)^{-2} \cdot \frac{b^7}{12a^{-11}}$$

$$9) \left(\frac{3x^{-3}}{5y^{-2}}\right)^{-3} : \left(\frac{9x^{-1}}{5y^{-3}}\right)^{-2} \cdot \frac{x^{-6}y}{15}$$

$$10) \left(\frac{2a^{-2}}{3ab^{-3}}\right)^{-4} : \left(\frac{4a^{-2}}{3b^{-3}}\right)^{-3} \cdot \frac{b^2}{12a^5}$$

## Кореновање

Упрости изразе:

$$1) \sqrt[3]{\sqrt{x}} + 2\sqrt[3]{\sqrt{x}} - 3\sqrt[6]{x}, \quad x > 0$$

$$2) \sqrt[6]{\sqrt{a}} - 4\sqrt[3]{\sqrt[4]{a}} + 7\sqrt[4]{\sqrt[3]{a}}, \quad a > 0$$

$$3) \sqrt{x^3\sqrt{x^2}} \cdot \sqrt[3]{x^2} : (\sqrt{x^{-1}})^3$$

$$4) \sqrt[3]{x^2\sqrt{x}} \cdot (\sqrt[3]{x^2})^4 : \sqrt{x^{-7}}$$

$$5) (x\sqrt{x})^3 \cdot 3\sqrt{x^3\sqrt{x}} : x^4\sqrt[6]{x^5}$$

Израчунати:

$$6) \left(\frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2} - \frac{12}{3-\sqrt{6}}\right) \cdot (\sqrt{6}+11)$$

$$7) \left(\frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{3}{\sqrt{3}-2} + \frac{15}{3-\sqrt{3}}\right) : (\sqrt{3}+5)^{-1}$$

$$8) \left( \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{8} + \sqrt{12}} \right) : \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$9) \left( \frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3} + 1} - \frac{1}{\sqrt{3} + 3} \right) \cdot \left( \frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3} + 3} + \frac{1}{\sqrt{3} + 1} \right)^{-1}$$

$$10) \left( \frac{\sqrt{7} + 3}{3 - \sqrt{7}} - \frac{\sqrt{7} - 3}{3 + \sqrt{7}} \right)^{-\frac{1}{4}}$$

### Квадратна једначина и неједначина

Решити једначине:

$$1) \frac{3x - 1}{x} - \frac{2x}{x - 4} = \frac{4 - x}{x^2 - 4x}$$

$$2) \frac{2x - 5}{x^2 - 3x} - \frac{x + 2}{x^2 + 3x} + \frac{x - 5}{x^2 - 9} = 0$$

$$3) \frac{2x}{x - 2} - 1 = \frac{1}{x^2 - 4}$$

$$4) \frac{2x + 1}{x + 3} - \frac{x - 1}{x^2 - 9} = \frac{x + 3}{3 - x} - \frac{4 + x}{3 + x}$$

$$5) \frac{2x}{x - 9} - \frac{x^2 + 25}{x^2 - 81} = \frac{5}{x + 9} - \frac{5}{x - 9}$$

$$6) \frac{5x}{2x^2 - x - 1} - \frac{5}{2x + 1} = \frac{4x - 5}{x^2 - 1}$$

$$7) \frac{3}{x + 2} - \frac{2x - 1}{x + 1} = \frac{2x + 1}{x^2 + 3x + 2}$$

$$8) \frac{2x + 1}{x^2 + x - 6} - \frac{x - 1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{6}{x^2 - 9}$$

Скратити разломке:

$$9) \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 10x + 9}$$

$$10) \frac{8x^2 - 6x + 1}{2x - 1}$$

$$11) \frac{3x^2 - 7x + 2}{x^2 - 4}$$

$$12) \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 10x + 9}$$

$$13) \frac{a^2 + 6a + 8}{a^3 + 5a^2 + 4a}$$

Решити неједначине:

$$14) \frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 + 2x - 8} > 0$$

$$15) \frac{-x^2 + 2x - 5}{2x^2 - x - 1} < -1$$

$$16) \frac{x^2 + 2x - 63}{x^2 - 8x + 7} > 7$$

$$17) \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 4x + 3} > -3$$

18) Дата је квадратна једначина  $2x^2 + (m - 9)x + m^2 + 3m + 4$ . Одредити реалне вредности параметра  $m$  за које једначина има реална и различита решења.

19) Једначина  $(n^2 + 5)x^2 + 2(n + 3)x + 3$  нема реалних решења ни за једну вредност параметра  $n$ . Доказати то.

20) Одреди реалне вредности параметра  $a$  за које једначина:

$$\frac{2x}{a^2 + 3a} - \frac{1}{3a - a^2} = \frac{x^2 + 8}{a^2 - 9}$$

има реална и различита решења по  $x$ .

21) Одреди реалне вредности параметра  $n$  за које једначина:

$$\frac{x - n}{x - 2} + \frac{10}{x + 2} + \frac{44}{x^2 - 4} = 0$$

има реална и различита решења по  $x$ .

22) Одреди реалне вредности параметра  $k$  за које једначина:

$$\frac{9}{k^2 - 16} - \frac{2x}{k^2 + 4k} + \frac{x^2}{4k - k^2} = 0$$

има реална и различита решења по  $x$ .

### Експоненцијална једначина

Решити једначине:

$$1) 2 \cdot 3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 450$$

$$2) 2^{3x-2} - 2^{3x-3} - 2^{3x-4} = 4$$

$$3) 2^{x-1} - 2^{x-3} = 3^{x-2} - 3^{x-3}$$

$$4) 5^x - 5^{3-x} = 20$$

$$5) 5^{2x-3} = 2 \cdot 5^{x-2} + 3$$

$$6) 4^x = 2^{\frac{x+1}{x}}$$

$$7) 25^{\sqrt{x}} - 124 \cdot 5^{\sqrt{x}} = 125$$

$$8) 5^{2x+1} = 5^x + 4$$

$$9) 20^x - 6 \cdot 5^x + 10^x = 0$$

$$10) 6 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 4^x = 0$$

### Логаритамска једначина

Решити једначине:

$$1) \log(5 - x) + 2 \log \sqrt{3 - x} = 1$$

$$2) \log(x^2 + 19) - \log(x - 8) = 2$$

$$3) \log_2(x - 1) + \log_2(x + 2) = 2$$

$$4) \log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2 = 0$$

$$5) \log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = 7$$

$$6) \log_2 x + \log_x 2 = \frac{5}{2}$$

$$7) \log_7(6 + 7^{-x}) = 1 + x$$

$$8) \log(x - 4) - \log(x + 1) = 1$$

$$9) \log_{\sqrt{5}}(4^x - 6) - \log_{\sqrt{5}}(2^x - 2) = 2$$

$$10) \log(7 - 2^x) - \log(5 + 4^x) + \log 7 = 0$$

### Тригонометријска једначина

Решити једначине:

$$1) 2\sin^2 x + \sin x = 0$$

$$2) \sin x = \sin 2x$$

$$3) \sin 2x - \cos x = 0$$

$$4) \sin 2x + 2\cos^2 x = 0$$

$$5) \sin 2x + 2\cos^2 x = 0$$

$$6) 2\cos^2 x - 7\cos x + 3 = 0$$

$$7) 2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$$

$$8) \sin x - \sqrt{3}\cos x = 2$$

$$9) \sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{2}$$

$$10) \sqrt{3}\cos 4x + \sin 4x = \sqrt{2}$$

$$11) \sin x + \sqrt{3}\cos x = -\sqrt{2}$$

$$12) \sin x - \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$